4 – Coniques

Avant la colle

Tester ses connaissances

1 Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

a. Toutes les coniques ont un centre.

b. Un cercle est une conique.

c. Si l'on connaît l'excentricité d'une conique, on connaît sa nature.

d. Les coniques ont deux foyers et deux directrices.

e. Une hyperbole admet deux asymptotes qui se coupent au centre de l'hyperbole.

f. Il suffit de connaître le discriminant de l'équation $ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$ pour connaître la nature de la courbe qui admet cette équation.

g. Soient deux points A et B tels que $AB = 2$. Quelle est la nature de l'ensemble $\{M \mid AM + BM = 4\}$?

h. Soient deux points A et B tels que $AB = 2$. Quelle est la nature de l'ensemble $\{M \mid AM + BM = 1\}$?

i. Soient deux points A et B tels que $AB = 2$. Quelle est la nature de l'ensemble $\{M \mid AM - BM = 1\}$?

j. L'équation $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, où $(a, b) \in (\mathbb{R}_+^*)^2$, est celle d'une ellipse de demi-grand axe a et de demi-petit axe b ?

2 On se place dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Déterminer la nature et l'excentricité de la conique dont on donne une équation :

a. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1.$ **b.** $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1.$

c. $y^2 - 6x = 0.$

3 Même question.

a. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1.$ **b.** $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1.$

c. $x^2 + 6y = 0.$

4 On se place dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Déterminer la nature de la conique dont on donne une équation :

a. $x^2 - 3xy - 2y^2 + 2x - 5y + 1 = 0.$

b. $x^2 + 4xy + 4y^2 + 2x - 5y + 1 = 0.$

c. $x^2 + xy + 2y^2 + 2x - 5y + 1 = 0.$

Savoir appliquer le cours

➤ *Corrigés p 139*

1 On se place dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. Soit $F(1, 1)$ et $\mathcal{D} : x + y = 0$.
Déterminer des équations des coniques suivantes :
a. la parabole de foyer F et de directrice $\mathcal{D}$.
b. l'ellipse de foyer F, de directrice $\mathcal{D}$ et d'excentricité $\frac{1}{2}$.
c. l'hyperbole de foyer F, de directrice $\mathcal{D}$ et d'excentricité 2.

2 Démontrer les propositions 2 et 4.

3 Soit une parabole $\mathcal{P}$ de foyer F et de directrice $\mathcal{D}$.
Montrer que la tangente à $\mathcal{P}$ en tout point M est la médiatrice du segment $[FH]$ où H est le projeté orthogonale de M sur $\mathcal{D}$.

4 On se place dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.
Pour chacune des ellipses dont on donne une équation, déterminer l'excentricité, les coordonnées du centre, des foyers et des sommets ainsi que des équations des directrices. Représenter cette ellipse et ses éléments caractéristiques.
a. $x^2 + 4y^2 = 16$.
b. $9x^2 + y^2 = 9$.

5 On se place dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. Soit la parabole $\mathcal{P}$ d'équation $2x^2 - 6y = 9$. Déterminer les coordonnées de son foyer et de son sommet ainsi qu'une équation de sa directrice. Représenter cette parabole et ses éléments caractéristiques.

6 On se place dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. Soit l'hyperbole $\mathcal{H}$ d'équation $4x^2 - 3y^2 = 9$. Déterminer son excentricité, les coordonnées de son centre, de ses foyers et de ses sommets ainsi que des équations de ses directrices et de ses asymptotes. Représenter cette hyperbole et ses éléments caractéristiques.