

3 – Polynômes

Avant la colle

Tester ses connaissances

<p>● 1 Chercher deux polynômes P et Q vérifiant $\deg(P + Q) < \max(\deg(P), \deg(Q))$.</p> <p>● 2 $\forall \lambda \in \mathbb{K}, \forall P \in \mathbb{K}[X], \deg(\lambda P) = \deg(P)$. <input type="checkbox"/> a. Vrai. <input type="checkbox"/> b. Faux.</p> <p>● 3 Une seule de ces propositions est vraie, laquelle ? <input type="checkbox"/> a. Tout polynôme divise le polynôme nul. <input type="checkbox"/> b. Le polynôme nul divise tout polynôme.</p>	<p>● 4 Soit $P = X^3 - X^2 - X + 1$. Quel est l'ordre de multiplicité de la racine 1 ?</p> <p>● 5 a est racine d'ordre k de P si, et seulement si, $(X - a)^k$ divise P. <input type="checkbox"/> a. Vrai. <input type="checkbox"/> b. Faux.</p> <p>● 6 $P = X^2 - X + 1$ est-il irréductible : <input type="checkbox"/> a. dans $\mathbb{C}[X]$? <input type="checkbox"/> b. dans $\mathbb{R}[X]$?</p>
---	---

Savoir appliquer le cours

<p>● 1 Déterminer l'ensemble des polynômes P à coefficients réels vérifiant : $P(X^2) = (X^2 + 1)P(X)$.</p> <p>● 2 Soient a et b deux réels et P un polynôme à coefficients réels. Déterminer le reste de la division euclidienne de P par $(X - a)(X - b)$ lorsque : a. $a \neq b$. b. $a = b$.</p> <p>● 3 Soit P un polynôme à coefficients réels de degré n vérifiant : $\forall k \in \llbracket 1, n + 1 \rrbracket, P(k) = \frac{1}{k}$. Calculer $P(n + 2)$.</p> <p>● 4 Soit $P \in \mathbb{C}[X]$. Si la fonction polynomiale associée à P est périodique, montrer que P est un polynôme constant.</p>	<p>● 5 Déterminer les valeurs du réel λ pour lesquelles le polynôme $R = X^3 - X^2 + \lambda$ admet une racine double. Résoudre alors l'équation algébrique $R(x) = 0$.</p> <p>● 6. Factoriser les polynômes suivants dans $\mathbb{C}[X]$ puis dans $\mathbb{R}[X]$: a. $A = X^7 - 1$. b. $B = X^6 + 1$. c. $C = X^4 + X^2 + 1$.</p> <p>● 7. Factoriser $P = (1 + X^2)^4 - 9X^4$ dans $\mathbb{R}[X]$, sans chercher les racines de P.</p>
--	---