

8 – Équations différentielles linéaires

Avant la colle

Tester ses connaissances

► corrigés p. 257

<p>1 Soit a une fonction continue sur l'intervalle I. Si y est solution sur I de l'équation différentielle $y' + a(t)y = 0$ et s'il existe $t_0 \in I$ tel que $y(t_0) \neq 0$, y ne s'annule pas sur I.</p> <p><input type="checkbox"/> a. Vrai <input type="checkbox"/> b. Faux</p>	<p>4 Il existe au moins une solution non nulle y de $y'' + y = 0$ telle que $y(0) = y(1) = 0$.</p> <p><input type="checkbox"/> a. Vrai <input type="checkbox"/> b. Faux</p>
<p>2 Soit a et b deux fonctions continues sur l'intervalle I à valeurs dans \mathbb{K}. Si y_1 et y_2 sont deux solutions sur I de l'équation différentielle $y' + a(t)y = b(t)$ vérifiant $y_1(t_0) = y_2(t_0)$, où $t_0 \in I$, montrer que les fonctions y_1 et y_2 sont égales.</p>	<p>5 Il existe des valeurs de $\omega > 0$ pour lesquelles on peut trouver au moins une solution non nulle y de $y'' + \omega^2 y = 0$ vérifiant de plus $y(0) = y(1) = 0$.</p> <p><input type="checkbox"/> a. Vrai <input type="checkbox"/> b. Faux</p>
<p>3 Si a et b sont des fonctions continues sur l'intervalle I à valeurs dans \mathbb{K} et si y_1 et y_2 sont deux solutions distinctes sur I de l'équation différentielle $y' + a(t)y = b(t)$, l'ensemble des solutions est l'ensemble des fonctions : $y_1 + \lambda(y_1 - y_2)$ où $\lambda \in \mathbb{K}$.</p> <p><input type="checkbox"/> a. Vrai <input type="checkbox"/> b. Faux</p>	<p>6 L'équation différentielle : $(1+x)^2 y' + (3x+1)y = 5x^3 + x^2 + 2x$ admet une solution particulière polynomiale de degré :</p> <p><input type="checkbox"/> a. 1 <input type="checkbox"/> b. 2 <input type="checkbox"/> c. 3</p>
	<p>7 Si a et b sont des réels et si ω est un réel strictement positif, déterminer f telle que :</p> $\begin{cases} \forall t \in \mathbb{R}, f''(t) - \omega^2 f(t) = 0 \\ f(0) = a \text{ et } f'(0) = b \end{cases}$

© Nathan, classe prépa

Savoir appliquer le cours

► Corrigés p. 257

<p>1 Résoudre les équations suivantes :</p> <p>a. $y' + 2y = 2\text{sh}(2x)$.</p> <p>b. $y' + 3x^2 y = 3x^2$.</p> <p>c. $y' + y = 2e^x + 4\cos(x)$.</p> <p>d. $(x^2 + 1)y' + xy = 1$.</p>	<p>b. $y'' - 3y' + 2y = xe^x$.</p> <p>c. $y'' - 4y' + 5y = e^x \sin(x)$.</p> <p>d. $y'' - 4y' + 13y = xe^x + \cos(x)$.</p> <p>e. $y'' + y = 4\cos^3 x$.</p>
<p>2 Résoudre l'équation : $(1+x^2)y' + 3xy = 5x^3 - x$ en cherchant une solution particulière sous la forme d'une fonction polynomiale.</p>	<p>4 Résoudre, lorsque m est un réel non nul, l'équation différentielle : $my'' - (1+m^2)y' + my = xe^x$.</p>
<p>3 Résoudre dans \mathbb{R} les équations différentielles suivantes :</p> <p>a. $y'' - 4y' + 4y = (x^2 + 1)e^x$.</p>	<p>5 Résoudre sur $I =]1, +\infty[$, l'équation : $y'' + 4y' + 4y = \frac{x}{(x-1)^3} e^{-2x}$ (on cherchera une solution particulière sous la forme $x \mapsto u(x)e^{-2x}$).</p>