

# 2 – Nombres réels et fonctions usuelles

## Avant la colle

### Tester ses connaissances

► Corrigés p 61

<p><b>1</b> Si <math>x</math> et <math>y</math> sont deux réels,  <math>E(x+y) - E(x) - E(y) \in \{0, 1\}</math>.</p> <p><input type="checkbox"/> a. Vrai                      <input type="checkbox"/> b. Faux</p>	<p><b>c.</b> <math>\cos(\text{Arctan}(x))</math> et <math>\sin(\text{Arctan}(x))</math>.            En déduire la valeur de <math>\cos\left(\frac{\text{Arctan}(x)}{2}\right)</math> et <math>\tan\left(\frac{\text{Arctan}(x)}{2}\right)</math>.</p>
<p><b>2</b> Si <math>x</math> est un réel, <math>\text{Arcsin}(\sin(x)) = x</math>.</p> <p><input type="checkbox"/> a. Vrai                      <input type="checkbox"/> b. Faux</p>	<p><b>6</b> Soit <math>a</math> et <math>b</math> deux réels.            Calculer <math>\text{ch}(a+b)</math> et <math>\text{sh}(a+b)</math> en fonction de <math>\text{ch}(a)</math>, <math>\text{ch}(b)</math>, <math>\text{sh}(a)</math> et <math>\text{sh}(b)</math>.            En déduire <math>\text{ch}(2a)</math> et <math>\text{sh}(2a)</math> en fonction de <math>\text{ch}(a)</math> et <math>\text{sh}(a)</math>.</p>
<p><b>3</b> Lorsque <math>x \in [-1, 1]</math>, donner les valeurs de <math>\text{Arccos}(-x)</math> et <math>\text{Arccos}(x) + \text{Arcsin}(x)</math>.            Justifier ces résultats.</p>	<p><b>7</b> Rappeler les expressions de <math>\text{Argsh}(x)</math>, <math>\text{Argch}(x)</math> et <math>\text{Argth}(x)</math> utilisant la fonction <math>\ln</math> et les justifier.</p>
<p><b>4</b> Lorsque <math>x \neq 0</math>, donner la valeur de  <math display="block">\text{Arctan}(x) + \text{Arctan}\left(\frac{1}{x}\right)</math>           et démontrer ce résultat.</p>	<p><b>8</b> Soit <math>A</math> et <math>B</math> deux parties non vides de <math>\mathbb{R}</math> vérifiant <math>A \subset B</math>. On suppose que <math>B</math> est bornée. Montrer que <math>A</math> et <math>B</math> ont une borne supérieure et inférieure et donner des inégalités liant ces bornes inférieures et supérieures.</p>
<p><b>5</b> Calculer :</p> <p>a. <math>\cos(\text{Arcsin}(x))</math> ;            b. <math>\sin(\text{Arccos}(x))</math>.</p>	

© Nathan, classe prépa

### Savoir appliquer le cours

► Corrigés p 63

<p><b>1</b> Résoudre dans <math>\mathbb{R}</math> l'équation :  <math display="block">E(\sqrt{x}) = \sqrt{E(x)}.</math></p>	<p><b>7</b> Calculer <math>2\text{Arctan}\left(\frac{1}{3}\right) + \text{Arctan}\left(\frac{1}{7}\right)</math>.</p>
<p><b>2</b> Montrer que :  <math display="block">\forall n \in \mathbb{N}^*, \forall x \in \mathbb{R}, \quad E\left(\frac{1}{n}E(nx)\right) = E(x).</math></p>	<p><b>8</b> Résoudre l'équation :  <math display="block">3^{2x} - 34 \times 15^{x-1} + 5^{2x} = 0.</math></p>
<p><b>3</b> Résoudre dans <math>\mathbb{R}</math> l'équation :  <math display="block">\text{ch}(x) + 2\text{sh}(x) = 3.</math></p>	<p><b>9</b> Résoudre le système :  <math display="block">(\mathcal{S}) \begin{cases} 2\log_x y + 2\log_y x = -5 \\ xy = e \end{cases}</math></p>
<p><b>4</b> Simplifier <math>\text{Argch}(2x^2 - 1)</math>.</p>	<p><b>10</b> Résoudre les équations :</p> <p>a. <math>\text{Arccos}(x) = \text{Arccos}\left(\frac{1}{3}\right) + \text{Arccos}\left(\frac{1}{4}\right)</math>.</p> <p>b. <math>\text{Arcsin}(2x) - 2\text{Arccos}(x) = \frac{\pi}{2}</math>.</p> <p>c. <math>\text{Arcsin}(x) + \text{Arcsin}\left(x - \frac{1}{2}\right) = -\frac{\pi}{3}</math>.</p>
<p><b>5</b> Simplifier <math>\text{Argth} \sqrt{\frac{\text{ch}(x) - 1}{\text{ch}(x) + 1}}</math>.</p>	
<p><b>6</b> Dériver <math>f : x \mapsto \text{Arcsin}(\text{th } x)</math> après avoir étudié son domaine de dérivabilité.            Comparer <math>f</math> avec <math>g : x \mapsto \text{Arctan}(e^x)</math>.</p>	